

Задачи олимпиад для учащихся выпускных классов

1. Даны две функции $x(t) = \frac{t^2+1}{t^2-1}$, $y(t) = \frac{t^4+1}{t^4-1}$. Найти выражение функции $y(x)$ и построить ее график.

2. Найти точки пересечения кривой $y = \operatorname{tg}(5\pi(1/2)^x)$ с прямой $y = 1$.

3. Построить график функции

$$y(x) = \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+5)}.$$

4. Построить множество точек на плоскости, координаты которых связаны уравнением:

$$\text{а) } x^2 + 2x \sin(xy) + 1 = 0; \quad \text{б) } \frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} = \operatorname{tg} y.$$

5. Вычислить площадь многоугольника, координаты вершин которого находятся из системы

$$\begin{cases} \frac{x + \sqrt{x^2 - y^2}}{x - \sqrt{x^2 - y^2}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - y^2}}{x + \sqrt{x^2 - y^2}} = \frac{17}{4}, \\ x(x + y) + \sqrt{x^2 + xy + 4} = 52. \end{cases}$$

6. Найти площадь четырехугольника, координаты вершин которого находятся из решения в целых числах уравнения $1! + 2! + 3! + \dots + x! = y^2$.